

Cebir Notları

Mustafa YAĞCI, yagcimustafa@yahoo.com

Oran-Orantı-Ortalamalar

En az birisi sıfırdan farklı olmak üzere, aynı birimden iki çokluğun karşılaştırılmasına (bölünmesine) **oran** denir.

Çoklukların aynı birimden olması önemlidir. Litre ile kilometrenin, kilogram ile metrenin birbirlerine bölümü mümkün değildir. Yani, 2 kilogramın 500 grama oranı $\frac{2}{500} = \frac{1}{250}$ değildir. Birimlerini aynı

hale getirdikten sonra bunları birbirine bölmeliyiz. 2 kilogram = 2000 gram olduğundan oranın doğru değeri $2000/500 = 4$ olmalıydı. İşte bunun gibi

$\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{-3}{5}, \frac{10}{-7}, \frac{0}{5}, \frac{5}{0}, \dots$ ifadeleri birer orandır.

Ama $\frac{0}{0}$ ifadesi bir oran değildir. Orana yaptığımız tanıma tekrar bakarsanız kıyaslanan çoklukların en az birinin sıfırdan farklı olması gerektiğini söylemiş olduğumu göreceksiniz.

İki veya daha çok oranın eşitliğine **orantı** denir.

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f}$ birer oran olmak üzere,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ve } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

eşitlikleri birer orantıdır. İlk orantıya **ikili orantı**, ikincisine ise **üçlü orantı** denir. Burada k değerine **orantı katsayısı** veya **orantı sabiti** denir.

$$\frac{20}{16} = \frac{15}{12} = \frac{-25}{-20} = k \text{ orantısında } k = \frac{5}{4} \text{ 'tür.}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ orantısı $a : b = c : d = e : f$ şeklinde de yazılabilir.

Nerdeyse ilkokuldan beri bir orantıda içler ile dışlar çarpımının sabit ve birbirlerine eşit olduğunu biliriz. Ama niyeyse çoğumuz içler hangileri, dışlar hangileri bunu bilmeyiz. Halbuki bir soru sorulsa ve 'içlere 2'şer ekleyip, dışlardan 3'er çıkar

dığımızda...' diye başlasa ne yapacağız? Sorulmadı diye sorulmayacak değil ya! Ayrıca sorulmayacağını bilsek bile ne farkeder ki? Hiç mi insan merak etmez? Demek bugüne kadar etmemişiz. Öğrenelim:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısını $a : b = c : d$ şeklinde yazmak

mümkündü. İşte bu orantıda iç tarafta kalan b ile c değerlerine orantının **içleri**, dış tarafta kalan a ve d değerlerine de orantının **dışları** denir. İçler ile dışları öğrendik, peki bunların kendi aralarında çarpımları hep eşitti, o niye, şimdi onu öğrenelim.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ olduğundan $a = b \cdot k$ ve $c = d \cdot k$ olur. İç-

ler çarpımı $b \cdot c$ yani $b \cdot (d \cdot k)$, dışlar çarpımı da $a \cdot d$ yani $(b \cdot k) \cdot d$ olduğundan $a \cdot d = b \cdot c = b \cdot d \cdot k$ eşitliği de kanıtlanmış olur.

Bir orantıda diğerleri yerinde dururken iç-ler kendi arasında yer değiştirebilir. Aynısını dışlar da yapabilir. Dolayısıyla hem içler hem de dışlar kendi aralarında yer değiştirebilirler. Orantı bozulmaz, hala doğrudur fakat orantı sabiti değişebilir. Bu, orantının yanlış olduğu anlamına gelmez.

Yani;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k_1,$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{d}{b} = \frac{c}{a} = k_2,$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \text{ ise } \frac{d}{c} = \frac{b}{a} = k_3 = \frac{1}{k}$$

olur.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında a, b, c, d sayılarına sırasıyla

orantının *birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü terimi (elemanı)* denir. Bundan dolayı a, b, c sayılarıyla **dördüncü orantılı** olan sayı sorulduğunda $a : b = c : x$ denklemini sağlayan x değerini cevap olarak vermeliyiz. Bunun yanında $a : x = x : b$ orantısında x değerine de a ile b 'nin **orta orantısı**

denir. $x = \sqrt{a \cdot b}$ olduğunu çoktan anlamışsınızdır zaten. Bu değere a ile b 'nin *geometrik ortası* denildiğini de ilerde öğreneceğiz.

Şimdi orantılarda ne gibi oynamalar ne gibi sonuçlar doğurur, buna ilişkin bazı şeyler öğrenelim. Hangi tür oynamalara izin var, hangilerine yok? Bu oynamaların hangisi veya hangileri orantı sabitini değiştirmez, hangileri değiştirir? Değiştirirse ne kadar değiştirir, bunu bilebilir miyiz? Mesela, durup dururken orantıdaki tüm terimlerin karelerini alalım. Bir şey olur mu? Olursa n'olur?

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısı,}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{e^2}{f^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{c}{d}\right)^2 = \left(\frac{e}{f}\right)^2$$

halini alacağından $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2} = \frac{e^2}{f^2} = k^2$ olur.

Genel olarak kare almayı da, her terimin n 'inci kuvvetini alsaydık orantı sabiti k^n olurdu. Aklın yolu bir!

Peki, yine can sıkıntısından payların hepsini toplasak, sonra da paydaların hepsinin toplamına bölssek, bir şey olur mu?

Bakalım:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ orantısında}$$

$$a = b \cdot k, c = d \cdot k, e = f \cdot k$$

olduğunu biliyoruz.

O halde,

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{bk+dk+fk}{b+d+f} = \frac{(b+d+f)k}{b+d+f} = k$$

olur ki bu oynamanın orantı sabitini değiştirmedeğini anlarız. Bu çok çok önemli bir kuraldır. Sadece bu kuralın bilinmesi onlarca sorunun çözümünü birkaç saniyeye sığdırır. Aynı işlemlerin çıkarma için de sağladığını söylememize gerek yok sanırım. Hatta daha da ileri gidip, bu oranların genişletilmiş veya daraltılmış hallerinde bile payların toplamını paydaların toplamına böldüğümüzde orantı sabitinin adının hakkını vererek sabit kaldığını söyleyebiliriz.

Yani;

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{ma}{mb} = \frac{nc}{nd} = \frac{pe}{pf} = \frac{ma+nc+pe}{mb+nd+pf} = k$$

eşitliği inanılması zor olsa da gerçektir.

Orantı Çeşitleri

1. Doğru orantı. Oranı sabit olan iki çokluk *doğru orantılı* veya kısaca *orantılıdır* denir. Yani, çokluklardan biri artarken diğeri de artıyorsa (ki ancak böyle oran sabit kalabilir) veya çokluklardan biri azalırken diğeri de azalıyorsa, bu iki çokluk arasında doğru orantı vardır. Örneğin, x ile y doğru orantılıysa

$$\frac{x}{y} = k \text{ veya } x = y \cdot k$$

olmalıdır.

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla orantılıysa

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$$

veya

$$x = a \cdot k, y = b \cdot k, z = c \cdot k$$

deriz.

x gibi bir çokluk, bazen 1'den fazla çoklukla doğru orantılı olabilir. Mesela hem y hem de z ile doğru orantılı ise bunu da $\frac{x}{yz} = k$ veya $x = yz \cdot k$ yazarak gösteririz.

2. Ters orantı. Çarpımları sabit olan iki çokluk *ters orantılıdır* veya *aralarında ters orantı vardır* denir. Yani, çokluklardan biri artarken diğeri azalıyorsa veya birisi azalırken diğeri artıyorsa bir şeylerin ters gittiğini düşünür ve ters orantılılar deriz. Örneğin, x ile y ters orantılı ise

$$x \cdot y = k \text{ veya } x = \frac{k}{y}$$

olmalıdır.

x, y, z sayıları sırasıyla a, b, c sayılarıyla ters orantılıysa

$$a \cdot x = b \cdot y = c \cdot z = k$$

veya

$$x = \frac{k}{a}, y = \frac{k}{b}, z = \frac{k}{c}$$

deriz. Bu eşitlikleri,

$x = \frac{1}{a}k, y = \frac{1}{b}k, z = \frac{1}{c}k$ gibi düşünmek hiç de zor

olmadığından x, y, z sayılarının sırasıyla a, b, c sayılarıyla ters orantılı olmasının aslında sırasıyla $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ ile doğru orantılı olduğu sonucuna ulaşırız.

Bazen bir değer, 1'den fazla değerle ters orantılı olabilir. Mesela x , hem y hem de z ile ters orantılıysa bunu $x = \frac{k}{yz}$ veya $x \cdot y \cdot z = k$ şeklinde gösteririz.

3. Bileşik orantı. Bir orantının içinde hem doğru orantılı hem de ters orantılı olan çokluklar varsa böyle orantılara *bileşik orantı* denir. Örneğin, bir x sayısı, y ile doğru ama z ile ters orantılıysa, bunu

$$x = \frac{y}{z} \cdot k$$

şeklinde gösteririz. Aslında biraz önce çıkardığımız sonucu kullanıp kendimizi ters orantıdan kurtarabiliriz. Yani y ile doğru ama z ile ters orantılı olan x değerini hem y ile hem de $\frac{1}{z}$ ile doğru orantılıymış gibi düşünebiliriz. Bu da bizi aynı sonuca götürür.

Ortalamalar

1. Aritmetik ortalama (A). $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ reel sayılarının aritmetik ortalaması (ortası)

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

şeklinde tanımlanır.

a ve b gibi iki reel sayının aritmetik ortası $\frac{a+b}{2}$ olur.

2. Geometrik ortalama (G). $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ pozitif reel sayılarının geometrik ortalaması (ortası)

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

şeklinde tanımlanır. Geometrik ortanın diğer bir adı ise **orta orantı**dır. a ve b gibi iki pozitif reel sayının orta orantısı \sqrt{ab} olur.

3. Harmonik ortalama (H). Sıfırdan farklı $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ reel sayılarının harmonik ortalaması (ortası)

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

şeklinde tanımlanır. a ve b gibi sıfırdan farklı iki reel sayının harmonik ortası $\frac{2ab}{a+b}$ olur.

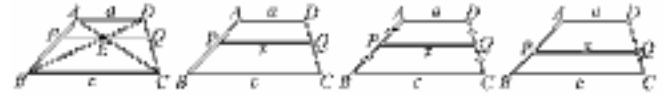
Uyarı 1. Ortalamaları bulunmak istenen pozitif reel sayıların tümü birbirlerine eşit ve k ise tüm ortalamaları da birbirine eşit ve k olur.

Uyarı 2. Eğer bu pozitif reel sayıların sadece bir tanesi bile diğerlerinden farklıysa $H < G < A$ eşitsizlikleri geçerli olur. Yani ortalamaların eşitliği sadece sayıların tümünün birbirlerine eşitliği ile mümkündür.

Uyarı 3. a ve b gibi sadece iki pozitif reel sayı için her zaman $G^2 = AH$ dır.

Teorem. a ve c gibi farklı iki reel sayının harmonik ortası H , geometrik ortası G , aritmetik ortası A , karesel ortası K ile simgelenir. Daima $H < G < A < K$ dır.

Kanıt: $c > a$ olmak üzere üst tabanı a , alt tabanı c olan bir $ABCD$ yamuğunda tabanlara paralel olacak şekilde bir $[PQ]$ çizelim



. Sonuç olarak; eğer $[PQ]$ köşegenlerin kesişim noktasından geçiyor ise uzunluğu taban uzunluklarının *harmonik ortası* (H), oluşan iki yamuğu benzer yapıyor ise *geometrik ortası* (G), orta taban ise *aritmetik ortası* (A) ve oluşan iki yamuğun alanları denk yapıyor ise *karesel ortası* (K) olduğunu kanıtlamış olduk.

Şimdi de bu $[PQ]$ doğru parçalarının yukarıdaki sırada giderek boylarının uzadığını kanıtlamalıyız. $H < G$ 'dir çünkü $H \geq G$ olduğunda yamuklar benzer olmuyor. $G < A$ 'dır, çünkü G yamukları benzer yapıyor, üstteki yamuk alttaki yamuktan küçük olduğundan yüksekliği de küçük olmalı fakat $G \geq A$ olursa üst yamuğun yüksekliği alttakinin yüksekliğinden büyük veya eşit olur. $A < K$ dır, çünkü K yamukların alanlarını eşit yapıyor, $A \geq K$ olsaydı alttaki yamuğun alanının üsttekinden daha büyük olacağı aşıkardır. Böylelikle $H < G < A < K$ eşitsizliğini geometrik olarak kanıtlamış olduk.

Bu arada $a = c$ olursa $H = G = A = K$ olur. Çünkü $a = c$ durumunda yamuk paralelkenara dönüşür. Bir paralelkenarda orta taban hem tabanlara paraleldir, hem köşegenlerin kesişim noktasından geçer, hem alt ve üst paralelkenarları benzer yapar, hem de alt ve üst paralelkenarların alanlarını denk yapar. Gösterdiğimiz bu dört ortalamadan başka ortalamaların da sıralamadaki yerleri yamukta gösterdiğimiz bu metot ile gösterilebiliyor. Fakat onları bu geometri notlarında göstermeyeceğiz.

Alıştırmalar 1

1. $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z}{4}$ ve $x + 2y - z = 32$ ise y kaçtır?
A) 25 B) 20 C) 12 D) 10 E) 6
2. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 48$ ve $yz - xz + xy = 16$ ise xyz çarpımını kaçtır?
A) 3 B) 2 C) 1 D) 1/2 E) 1/3
3. $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $a : b : c = 4 : 5 : 2$ ve $ac + bc = 72$ ise $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) 22 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8
4. $x + \frac{1}{y} = \frac{2}{5}$ ve $y + \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$ ise $\frac{y}{x}$ oranı kaçtır?
A) 3/5 B) 7/5 C) 8/7 D) 5/3 E) 2/5
5. $ax = by = cz = 8$ ve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$ ise $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) 8 B) 4 C) 6 D) 16 E) 2
6. $\frac{a+b}{3} = \frac{a-c}{4} = \frac{c-b}{5}$ ise $\frac{c}{a}$ oranı kaçtır?
A) 0 B) 3 C) 1/3 D) 1 E) 1/2
7. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 3$ ise $\frac{a+2b-c}{3b+c-a}$ oranı kaçtır?
A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10
8. 216 ceviz üç çocuk arasında 2, 3 ve 4 ile doğru orantılı olarak paylaşılıyor. En az pay alan kaç ceviz almıştır?
A) 96 B) 72 C) 68 D) 48 E) 36
9. Bir uçaktaki yolcuların yaş ortalaması 30'dur. Uçakta 10 bayan olup, bu 10 bayan yolcunun yaş ortalaması 35'dir. Erkek yolcuların yaş ortalaması 25 olduğuna göre uçaktaki yolcu sayısı kaçtır?
A) 20 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45
10. Ayşe'nin yaşının, Fatma'nın yaşına oranı $\frac{2}{3}$, Fatma'nın yaşının, Mine'nin yaşına oranı $\frac{2}{5}$ ise Ayşe'nin yaşının, Mine'nin yaşına oranı kaçtır?
A) 2/5 B) 3/5 C) 1 D) 6/15 E) 4/15
11. Bir y sayısı $(x + 2)$ ile doğru orantılı ama z ile ters orantılıdır. $x = 2$ ve $y = 4$ iken $z = 6$ 'dır. $y = 3$ ve $z = 16$ iken x kaç olur?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7
12. 78 kg. bal 2, 3, 4 sayıları ile ters orantılı olacak şekilde kaplara konulacaktır. En fazla bal konulan kaba, kaç kg. bal konulmuştur?
A) 36 B) 24 C) 18 D) 72 E) 34

13.

6 işçi bir işi günde 8 saat çalışarak 12 günde bitirmektedir.

Aynı nitelikteki 8 işçi günde 12 saat çalışarak, aynı işi kaç günde yapabilir?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

14.

$x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere; $\frac{x}{0,2} = 3y/10 = \frac{z}{0,4}$ ise $x, y,$

z sayılarını küçükten büyüğe doğru sıraya diziniz.

- A) $z < x < y$ B) $x < y < z$ C) $x < z < y$
D) $y < z < x$ E) $z < y < x$

15.

$4a = 5b = 7c$ ve $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{8}{35}$ ise **c kaçtır?**

- A) 70 B) 18 C) 16 D) 14 E) 10

16.

a ve 7 sayıları sırasıyla 5 ve b sayıları ile orantılı ise **$a - \frac{1}{b}$ sayısının $a + \frac{1}{b}$ sayısına oranı kaçtır?**

- A) $\frac{17}{36}$ B) $\frac{17}{9}$ C) $\frac{17}{18}$ D) $\frac{18}{17}$ E) $\frac{16}{17}$

17.

Bütünler iki açının oranı $2/3$ olduğuna göre **büyük açının ölçüsü küçük açının ölçüsünden kaç derece fazladır?**

- A) 36 B) 72 C) 100 D) 102 E) 108

18.

Ardışık 5 çift sayının aritmetik ortalaması 40 ise **bu sayılardan en büyüğü kaçtır?**

- A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

19.

2000 YTL bir yılda 80 YTL faiz getiriyorsa 22000 YTL **kaç yılda 1760 YTL faiz getirir?**

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

20.

$x, y, z \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x/y = 0,75$ ve $y/z = 1,2$ olarak veriliyor.

Buna göre $x + y + z$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 31 B) 32 C) 62 D) 93 E) 124

21.

$\frac{a+b}{a} = 6$ ise $\frac{a+b}{b}$ **oranı kaçtır?**

- A) $1/6$ B) $1/5$ C) $3/5$ D) 1 E) $6/5$

22.

Bir demir çubuk 7 parçaya 12 saatte bölünebiliyorsa, **14 parçaya kaç saatte bölünebilir?**

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 29 E) 30

23.

$\frac{a+2b}{3a-b} = \frac{-b+3c}{4b-c} = \frac{2a+2b+1}{4c+1}$ orantısına göre **a/b oranı kaç olmalıdır?**

- A) $2/3$ B) $3/2$ C) $1/3$ D) 3 E) $4/3$

24.

$\frac{x-y-z}{3} = \frac{y-x-z}{4} = \frac{z-y-x}{5}$ orantısına göre **y/z oranı kaç olmalıdır?**

- A) $9/8$ B) $6/5$ C) $15/2$ D) $9/2$ E) $8/7$

25.

Bir işi eşit kapasiteli 6 işçi 18 günde bitirebilmektedirler.

Aynı işi, bu işçilerden 3 tanesi kaç günde bitirebilir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 24 E) 36

26.

0,0625 sayısı, 2^{x+1} ve $\sqrt{4^{x-1}}$ sayılarının geometrik ortası ise x kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

27.

$\sqrt[3]{x}$, $\sqrt[3]{y}$ ve $\sqrt[3]{z}$ farklı asal sayılardır. x, y, z sayılarının geometrik ortası 30 ise x, y, z sayılarından en büyüğünün en küçüğüne oranı kaçtır?

- A) 8/125 B) 125/27 C) 1 D) 2 E) 125/8

28.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 3$ olduğuna göre

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{b+d+f}$$

oranı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 9 E) 12

29.

$a + \frac{1}{b} = 7$ ve $b + \frac{1}{a} = 5$ ise $\frac{a-2b}{a+b}$ oranı kaçtır?

- A) -1/4 B) -1/3 C) 1/3 D) 1/4 E) 5/7

30.

$a + 3$ sayısı $a - 3$ sayılarının orta orantısı $\sqrt{72}$ ise a kaçtır?

- A) -9 B) $2\sqrt{6}$ C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) 27

31.

Aritmetik ortalaması 5 ve geometrik ortalaması $\sqrt{24}$ olan iki sayıdan büyüğü kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

32.

Üç tane pozitif tamsayının geometrik ve harmonik ortalamaları 7 ise aritmetik ortalaması kaçtır?

- A) 15/2 B) 7 C) 17/3 D) 5 E) 14/3

33.

$a/c = 0,6$ ve $b/a = 0,75$ iken $2a + 3b - 7c = 89$ ise a, b, c sayılarından en büyüğü kaçtır?

- A) -20 B) -15 C) -12 D) -9 E) 1

34.

$y = x/2$, $x + y = 3$, $y = 2/x - 1$, $xy = 5$ ve $2xy = 1$ eşitliklerinden kaç tanesinde x ile y doğru orantılıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

35.

$ax = by = cz = 15$ ve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$ ise $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 45 B) 15 C) 10 D) 5 E) 1/5

36.

a, b, c, d, p ve k birer reel sayıdır.

$$\frac{a+c}{b+d} = k \text{ orantısından } \frac{3a+4}{3b+pd} = k$$

oranı elde edildiğine göre p 'yi bulunuz.

- A) 4 B) c C) $4c$ D) $\frac{4}{c}$ E) $\frac{c}{4}$

37.

$x/2 = y/5 = z/4$ ve $x + 2y - z = 24$ ise y kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

38.

Sekiz sayının aritmetik ortalaması a 'dır. Bu sayılardan, toplamları 16 olan 4 tanesi çıkartıldığında, kalan sayıların aritmetik ortalaması b oluyor.

$a + b = 20$ ise bu sekiz sayının toplamı kaçtır?

- A) 64 B) 32 C) 16 D) 12 E) 8

39.

İki sayının aritmetik ortalaması 25, harmonik ortalaması 4 olduğuna göre **geometrik ortalaması kaçtır?**

- A) 100 B) 29 C) 20 D) 10 E) $\frac{25}{4}$

40.

31000 nüfuslu bir kentte erkeklerin $\frac{2}{5}$ 'i ile kadınların $\frac{3}{8}$ 'i birbirleriyle evlidir.

Buna göre kentte kaç kadın vardır?

- A) 16000 B) 15000 C) 14000
D) 13000 E) 12000

41.

$a/b = 3/2$ ve $b/c = 4/5$ iken $a + b = 20$ ise **$b - c$ farkı kaçtır?**

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

42.

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 36$ ve $yz - xz + xy = 12$ eşitliklerine

göre **xyz çarpımı kaçtır?**

- A) -3 B) $-\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) 3 E) 432

43.

$a : b : c = 4 : 3 : 2$ ve $ac + bc = 126$ ise **$a + b + c$ toplamı kaçtır?**

- A) 3 B) 9 C) 18 D) 27 E) 81

44.

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 2$ ise $\frac{a+2b-c}{3b+c-a}$ **oranı kaçtır?**

- A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{7}{3}$

45.

$\frac{1}{2a} = \frac{1}{3b} = \frac{1}{5c}$ ve $a + b + c = 62$ eşitliklerine göre **$b - c$ farkı kaçtır?**

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

46.

a ifadesi $(b - 1)$ ile doğru orantılı iken $(b + 1)^2$ ile ters orantılıdır.

$a = 3$ için $b = 2$ oluyorsa, $b = 5$ için a kaç olur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

47.

$x/y = 4/3$ ve $a/b = 6/5$ olduğuna göre

$\frac{a(x+y)}{y(a-b)}$ **oranı kaçtır?**

- A) 14 B) 12 C) 6 D) 2 E) 1

48.

$a : b : c = 5 : 4 : 3$ ve $a \cdot b \cdot c = 480$ ise **$2a + b - c$ işleminin sonucu kaçtır?**

- A) 11 B) 22 C) 44 D) 88 E) 176

49.

$$x^2 + y^2 = 64,$$

$$m^2 + n^2 = 16$$

ve $x/y = m/n$ eşitliklerine göre **y/n oranı kaçtır?**

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1